

УДК:621.01

## КЛАССИФИКАЦИЯ МЕХАНИЗМОВ

**В.М. Бородин, Г.В. Демидов, Л.Ш. Хаиров, А.В. Щербаков,  
М.Г. Яруллин**

Bym45@yandex.ru, german-demidov@yandex.ru, khairov37@mail.ru,  
avscherbakov@kstu-kai.ru, Yarullinmg@Yahoo.ru

Казанский национальный исследовательский технический университет  
им. А.Н. Туполева — КАИ

Ключевые слова: классификация механизмов, пространственные механизмы, структура механизма, признаки симметрии, операции симметрии, элементы симметрии, формула симметрии, кинематическая цепь, кинематическая пара, компьютерное моделирование, формула симметрии, лента Мебиуса

### Аннотация

Представлено развитие инновационного подхода к классификации механизмов по признакам их структурной симметрии, основанное на исследовании условий существования пространственных механизмов с использованием методологической базы общих принципов симметрии. Экспериментальными исследованиями компьютерной модели пространственного механизма Брикара установлено существование его различных модификаций, отличающихся составом признаков симметрии. Структурный анализ механизма с учетом признаков симметрии позволяет устанавливать новые возможные модификации механизмов, выявлять существующие связи между ними.

### Введение

Классификация механизмов рассматривается как средство для установления связей между механизмами с целью рациональной ориентировки в их многообразии. Интерес к классификации связан с возможностью на ее основе делать прогнозы относительно направлений дальнейшего развития теории механизмов и машин.

К классификации механизмов обращались А.И. Ассур [1], В.В. Добровольский, И.И. Артоболевский [2], Л.Д. Дворников и др. Л.Д. Дворников предлагая основы всеобщей классификации [3], отмечает, что «... дальнейшее совершенствование подходов и развитие ... классификации позволит решить одну из важнейших задач в теории механизмов и машин».

Настоящее исследование проводится с целью разработки инновационного подхода к структурной классификации механизмов по присущим им признакам симметрии. Методы исследования основаны на принципах симметрии; приемах конструирования деталей машин. Объектом исследования являются пространственные механизмы, предметом исследования – их структура.

Известно [4], что принцип симметрии — один из общих методологических принципов науки. Симметрия - свойство, отражающее структурную особенность объекта, остающегося неизменным при изменении порядка расположения в пространстве равных между собой частей этого объекта. Понятие симметрии может быть расширено и на случай, когда неизменными при преобразовании остаются только некоторые характеристики объекта. Важнейшим свойством симметрии является сохранение (инвариантность) тех или иных признаков (геометрических, физических, и т. д.) по отношению к вполне определенным преобразованиям. Следуя этим представлениям необходимо признать, что все механизмы обладают свойствами симметрии т. к. при изменении расположения звеньев в пространстве (преобразовании механизма) его структурная конфигурация остается неизменной.

Симметрия рассматривается по формам преобразования или так называемым операциям симметрии. Различают следующие операции симметрии:

- поворот вокруг оси симметрии (поворотная симметрия);
- отражение в плоскости симметрии (отражение в зеркале);
- отражение в центре симметрии (инверсия);
- перенос (трансляция) фигуры на расстояние;
- винтовые повороты.

Каждой операции симметрии может быть сопоставлен геометрический образ - элемент симметрии, относительно которого производится данная операция. Различают три вида элементов симметрии: оси симметрии (или поворотные оси) - L, плоскости симметрии (плоскости отражения) - P и центр симметрии - C. Могут существовать оси симметрии 1-го порядка (одинарные), 2-го порядка (двойные), 3-го порядка (тройные) и т.д. При наличии одинарной оси, система приводится в положение, идентичное исходному положению поворотом на  $360^\circ$ . При наличии двойной оси система приводится в положение, идентичное исходному поворотом на  $180^\circ$ , при наличии тройной оси — поворотом на  $120^\circ$ , четверной оси — на  $90^\circ$ .

Вращение вокруг оси симметрии L, отражение в плоскости симметрии P и перенос (инверсия) через центр симметрии C - это простые операции симметрии. Кроме них в системе возможны и более сложные симметричные преобразования. Трансляцию можно комбинировать с отражением или поворотом, при этом возникают новые операции симметрии. Поворот на определенное число градусов, сопровождаемый трансляцией на расстояние вдоль оси поворота, порождает винтовую симметрию (элемент симметрии – винтовая ось - S); одновременный поворот вокруг оси и отражение либо в плоскости симметрии, либо в центре инверсии порождает операцию с так называемой зеркальной или с инверсионной осью соответственно. Также могут существовать винтовые оси симметрии 1-го порядка (одинарные), 2-го порядка (двойные), 3-го порядка (тройные) и т. д. При наличии одинарной винтовой оси, система приводится в положение, идентичное исходному положению поворотом на  $360^\circ$ . При наличии двойной оси система

приводится в положение, идентичное исходному поворотом на  $180^\circ$ , при наличии тройной оси — поворотом на  $120^\circ$ , четверной оси — на  $90^\circ$ .

Таким образом, структурная симметрия механизма - свойство частей (звеньев) механизма совмещаться с собой в различных положениях при вращении вокруг оси симметрии, отражении в плоскости симметрии и переносе (инверсии) через центр симметрии или при комбинациях этих операций.

Фундаментальность симметрии ограничивает число возможных вариантов природных структур. Вносимая симметрией упорядоченность ограничивает многообразие структур, сокращает число вариантов их исполнения. В качестве примера можно привести факт существования определяемых симметрией ограничений разнообразия структур молекул и кристаллов. Однако, это не исключает создание иных, искусственных вариантов исполнения структур механизмов.

### Экспериментальные исследования

Любой механизм представляет собой кинематическую цепь звеньев, соединенных в кинематические пары. Число звеньев и кинематических пар в механизме определяется его структурой и может быть различным. Следовательно, и число элементов симметрии в механизме может быть разным в зависимости от присутствия в механизме тех или иных звеньев и кинематических пар.

В таблице 1. представлены типы кинематических пар механизмов и присущие им операции и элементы симметрии.

Структура механизма, характеризующаяся определенным составом звеньев и кинематических пар, соответственно характеризуется определенным набором (комплексом) элементов симметрии. Этот комплекс, характеризующий механизм и его симметрию, можно записать в виде формулы симметрии. В ней приводятся обозначения поворотных осей (в последовательности, отвечающей убывающему порядку) с указанием их количества, затем записывается число плоскостей симметрии и в заключение отмечается наличие центра симметрии (инверсии). Например, формула симметрии плоского кривошипно-ползунного механизма представленного на рис. 1 запишется  $3L2PC$ ; она расшифровывается следующим образом: механизм имеет 6 элементов симметрии - 3 поворота вокруг оси L, две плоскости симметрии P и центр симметрии C.

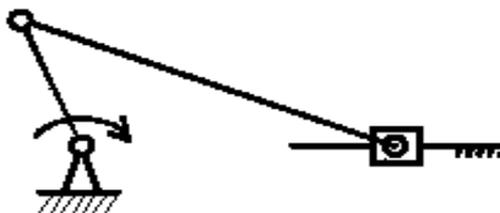
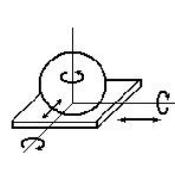
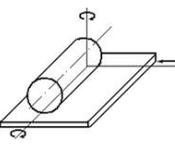
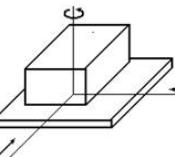
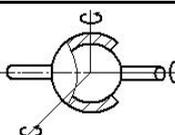
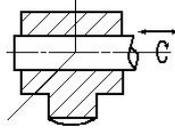
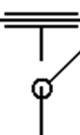
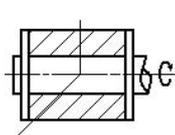
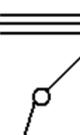
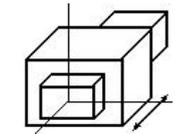
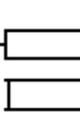


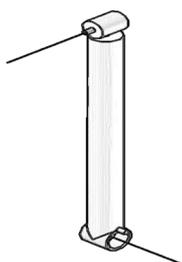
Рис. 1. Кривошипно-ползунный механизм

Таблица 1. Типы кинематических пар механизмов

Рисунок	Условные обозначения	Число степеней свободы	Класс пары	Название и тип пары	Операции симметрии	Элементы симметрии
1	2	3	4	5	6	7
		5	I	Шар - плоскость. Высшая.	Отражение в плоскости; повороты вокруг оси; отражение в центре; перенос (трансляция) фигуры на расстояние; винтовые повороты.	Плоскость симметрии (P); поворотные оси симметрии (L); центр симметрии (C) винтовая ось (S)
		4	II	Цилиндр - плоскость. Высшая.	Отражение в плоскости; повороты вокруг оси; отражение в центре; перенос (трансляция) фигуры на расстояние.	Плоскость симметрии (P); поворотные оси симметрии (L); центр симметрии (C).
		3	III	Плоскостная. Трёхподвижная. Низшая.	Отражение в плоскости; Поворот вокруг оси; отражение в центре; перенос (трансляция) фигуры на расстояние;	Плоскость симметрии (P); поворотные оси симметрии (L); центр симметрии (C).
		3	IV	Сферическая. Низшая.	Повороты вокруг оси; отражение в центре.	Поворотные оси симметрии (L); центр симметрии (C).
		2	IV	Цилиндрическая. Низшая.	Повороты вокруг оси; перенос (трансляция) фигуры на расстояние; винтовые повороты.	Поворотные оси симметрии (L)
		1	V	Цилиндрическая. Низшая.	Отражение в плоскости; повороты вокруг оси; отражение в центре;	Плоскость симметрии (P); поворотные оси симметрии (L); центр симметрии (C).
		1	V	Поступательная. Низшая.	Отражение в плоскости; перенос (трансляция) фигуры на расстояние.	Плоскость симметрии (P).

Необходимо подчеркнуть, что одна и та же формула симметрии характеризует не какой-либо единственный механизм, а все виды механизмов, имеющие одинаковую с ним симметрию, т. е. относящиеся к одному классу симметрии. Фактически, приводя при описании механизма формулу симметрии, мы тем самым определяем его принадлежность к тому или иному классу симметрии.

Среди всего многообразия конструкций различают механизмы в плоском или пространственном исполнении. Отметим, что звено механизма в пространственном исполнении как геометрический объект обладает определенной ориентацией - левой или правой в зависимости от выбранной системы координат (см. рис. 2).



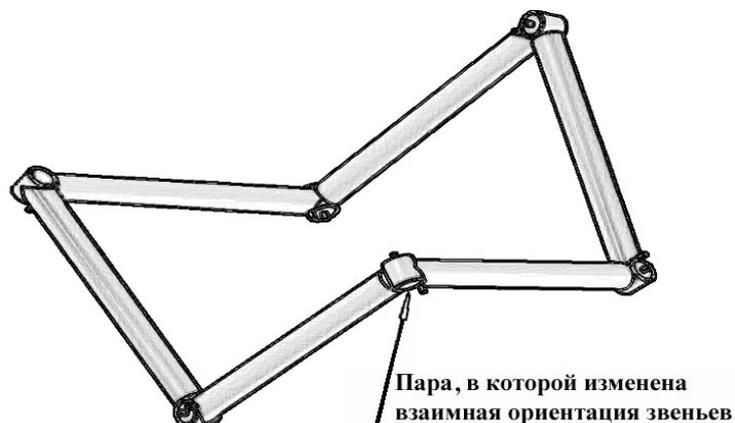
**Рис. 2. Звено с вращательными парами**

Кроме этого, в кинематической цепи пространственного механизма возможно использование одних звеньев, выполненных в виде зеркальной копии других звеньев или выполнение сопряжения звеньев в кинематических парах в прямой или обратной ориентации в зависимости от направления координатной (поворотной) оси.

Поэтому, в механизмах пространственного исполнения возможны операции симметрии в виде сочетания поворота вокруг оси вращения на угол с одновременным отражением в центре симметрии (инверсионная ось симметрии). Инверсионная ось ( $\underline{L}$ ) может рассматриваться как совокупность отдельно действующих поворотной оси  $L$  и центра инверсии  $C$ . Например, звено, представленное на рис. 2 характеризуется элементами симметрии: - поворотные оси симметрии  $2L$ , плоскости симметрии  $2P$ , винтовая ось  $S_4$  четвертого порядка (оси вращательных пар развернуты на  $90^\circ$ ).

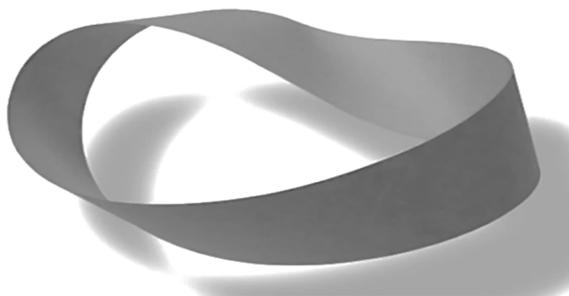
Кроме инверсионных осей, возможны зеркально-поворотные оси симметрии, которые представляют собой сочетание оси симметрии и отражения в плоскости симметрии, перпендикулярной этой оси. Еще один тип симметрии - симметрия подобия, связанная с одновременным увеличением или уменьшением расстояний или углов поворота между подобных частей фигуры. Примером такого рода симметрии служит зубчатая передача.

В работе [5] установлено, что существование пространственного шестизвенного механизма с вращательными кинематическими парами (механизма Брикара) возможно, если в одной или в трех кинематических парах звенья сопряжены между собою в ориентации, противоположной по отношению к ориентации звеньев в остальных парах (см. рис. 3).



**Рис. 3. Механизм Брикара, в котором в паре изменена ориентация звена**

Наличие в механизме Брикара поворотных инверсионных осей симметрии свидетельствует о том, здесь имеет место симметрия, отражающая структурную особенность механизма - симметрия Мебиуса ( $5L\bar{L}$  или  $3L3\bar{L}$ ), а формула симметрии механизма Брикара, представленного на рис.3, запишется:  $5L\bar{L}6S46PC$  или  $3L3\bar{L}6S46PC$ . Лента Мебиуса – частный пример топологического феномена, относящегося к полоске гибкого материала, концы которой развернуты впол оборота и направлены навстречу друг другу таким образом, что у образовавшейся фигуры, чем-то напоминающей знак бесконечности, имеется «две поверхности, но только с одной стороны» (см. рис. 4) [6].

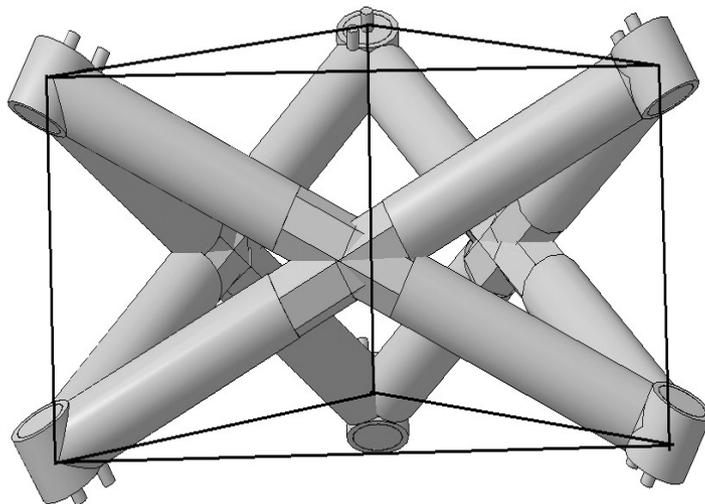


**Рис. 4. Лента Мебиуса**

В связи с этим ставится задача – выявить иные признаки симметрии, отражающие структурную особенность шестизвенника Брикара. Наиболее удобно провести необходимые поиски с использованием компьютерной модели механизма. Для выявления признаков симметрии исследуем технологию синтеза кинематической цепи пространственного шестизвенного механизма с вращательными кинематическими парами.

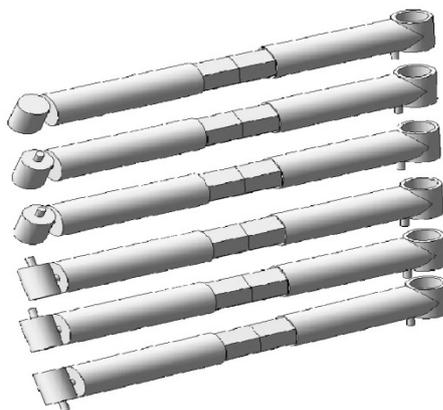
На основе компьютерного моделирования, используя метод мгновенных состояний путем определения малых приращений угловых координат при

построении пространственного шестизвенного механизма с вращательными кинематическими парами, удалось обнаружить существование модификации механизма Брикара (см. рис. 5). Механизм построен на базе трехгранной призмы, в котором звенья расположены по диагоналям боковых граней призмы.



**Рис. 5. Модификация механизма Брикара**

На рис. 6 представлен возможный комплект звеньев обнаруженной модификации.



**Рис. 6. Звенья модифицированного механизма Брикара**

Звенья механизма, характеризуются элементами симметрии: - поворотные оси симметрии  $2L$ , плоскости симметрии  $2P$ , винтовая ось  $S_3$  третьего порядка (оси вращательных пар развернуты на  $120^\circ$ ). В комплектации содержатся звенья с

инверсионной поворотной осью симметрии  $\underline{L}$ , звенья с винтовой осью правого  $S_3$  и левого  $\underline{S}_3$  вращения. Обнаружены и другие модификации механизма Брикара в комплектации звеньев с элементами симметрии  $4S_42S_3, 2S_44S_3$ .

Если не учитывать признаки структурной симметрии механизма (формулу симметрии механизма) все возможные модификации механизма Брикара структурно идентичны. Однако, обнаруженные модификации механизма Брикара существенно отличаются друг от друга. Структурный анализ механизма с учетом признаков симметрии (формулы симметрии) позволяет устанавливать новые возможные модификации механизмов и существующие связи между ними.

Обобщая изложенное, вероятно можно утверждать:

- приведенный в настоящей работе подход к классификации механизмов по присущим им признакам симметрии обоснован;

- структурный анализ механизма с учетом признаков симметрии (формулы симметрии) позволяет устанавливать новые возможные модификации механизмов, выявлять существующие связи между ними, рационально ориентироваться в их многообразии и на этой основе определять направления дальнейшего развития теории механизмов и машин.

### **Заключение**

1. Инвариантность структурной конфигурации механизма по отношению к определенным преобразованиям (изменениям взаимного положения его подвижных звеньев) позволяет рассматривать механизмы как объекты, обладающие признаками симметрии.

2. Предложен, основанный на принципах симметрии, инновационный подход к структурной классификации механизмов по присущим им признакам симметрии.

3. Предложена комплексная характеристика механизма, характеризующая его симметрию (состав элементов симметрии) в виде формулы симметрии.

4. Показано, что структурный анализ механизма с учетом признаков симметрии (формулы симметрии) позволяет устанавливать новые возможные модификации механизмов, выявлять существующие связи между ними, рационально ориентироваться в их многообразии.

Поступила 17.02.2015г.

### **Литература**

1. Ассур Л.В. Исследование плоских стержневых механизмов с низшими параметрами с точки зрения их структуры и классификации. – М.: Изд-во АН СССР, 1952.-529 с.
2. Добровольский В.В. Основные принципы рациональной классификации механизмов. В кн. Добровольский В.В., Артоболевский И.И. Структура и классификация механизмов. М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1939. – С. 5-48.
3. Дворников Л.Т. Основы всеобщей (универсальной) классификации механизмов. // Теория Механизмов и Машин. 2011. №2. Том 9. – С. 18-29.

4. <http://terme.ru/dictionary/879/word/simetrija/209/page/5>.
5. Бородин В.М., Демидов Г.В., Сачков А.В., Хаиров Л.Ш., Щербаков А.В.. О существовании пространственного шестизвенного механизма с вращательными кинематическими парами. // ISSN 2070-4755/ Труды Академэнерго. 2014 №3. С. 69-77.
6. Лента Мёбиуса — Топология — Высшая математика — Каталог статей - [http://free-math.ru/publ/vysshaj\\_a\\_matematika/topologija/lenta\\_mebiusa/42-1-0-286](http://free-math.ru/publ/vysshaj_a_matematika/topologija/lenta_mebiusa/42-1-0-286).

***V.M. Borodin, G.V. Demidov, L.Sh. Khairov, A.V. Shcherbakov, M.G. Yarullin***

**CLASSIFICATION OF MECHANISMS** // Transactions of Academenergo. - 2015. - N 1. - P. 66-74.

**e-mail:** Bym45@yandex.ru, german-demidov@yandex.ru, khairov37@mail.ru, avscherbakov@kstu-kai.ru, Yarullinmg@Yahoo.ru

*Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI*

**Keywords:** classification of mechanisms, spatial mechanisms, structural symmetry, signs of symmetry, operations of symmetry, formula of symmetry, kinematic chain, kinematic couple, computer simulation, Moebius strip.

**Abstract**

Innovative approach to the classification of mechanisms according to their structural symmetry signs based on the conditions of existence of spatial mechanisms is developed using the methodological base of general symmetry principles. Experimental study of spatial Bricard mechanism showed the existence of its modifications characterized by different combinations of symmetry signs. Structural analysis of the mechanism allowing for the symmetry signs enables to establish new possible modifications of mechanisms and reveal their correlations.