

ОТЧЕТ ПО ПРОЕКТУ № 18-41-160007 р_а
 «Мультимодальный подход для описания вязкоупругих свойств растворов и
 расплавов полимеров при неизотермических течениях»

Этап 2 – 2019 год

Руководитель проекта: д.т.н. Вачагина Е.К.

Разработаны математические модели неизотермических течений мультимодальных жидкостей Фан-Тьен-Таннера в круглой трубе и плоском канале.

Многомодульное уравнение состояния Фан–Тьен–Таннера

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma = \sum_{i=1}^n \sigma_{Vi} + \sigma_N, \quad \sigma_N = 2\mu_N \mathbf{D}, \\ \lambda_i \left(\overset{\nabla}{\sigma}_{Vi} + \xi_i (\mathbf{D} \cdot \sigma_{Vi} + \sigma_{Vi} \cdot \mathbf{D}) \right) + g_i \sigma_{Vi} = 2\mu_{Vi} \mathbf{D}, \quad g_i = 1 + \frac{\varepsilon_i \lambda_i}{\mu_{Vi}} \text{tr}(\sigma_{Vi}), \end{array} \right. \quad (1)$$

где $\overset{\nabla}{\sigma} = \frac{d\sigma}{dt} - \sigma \cdot \nabla V^T - \nabla V \cdot \sigma = \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \nabla \sigma \cdot V - \sigma \cdot \nabla V^T - \nabla V \cdot \sigma$ верхняя конвективная производная тензора σ ; \mathbf{D} - тензор скоростей деформаций; σ_N, σ_{Vi} - вязкая и упругие составляющие девиатора тензора напряжений σ ; μ_N, μ_{Vi} - вязкости; λ_i - времена релаксации; ξ_i, ε_i - реологические параметры; \mathbf{V} - вектор скорости.

Допущения: скорость имеет единственную компоненту V_z , которая определяется единственной переменной r ; теплофизические свойства жидкости, такие как плотность ρ_f , коэффициент теплопроводности λ_f , удельная теплоемкость C_{pf} и параметры реологической модели $\mu_N, \mu_{Vi}, \alpha_{Gi}, \lambda_i$ в заданном диапазоне изменения температур меняются незначительно; переносом энергии в осевом направлении за счет теплопроводности можно пренебречь по сравнению с таким же переносом в поперечном направлении и по сравнению с конвективным переносом тепла; диссипативными тепловыделениями можно пренебречь.

Система уравнений, описывающая неизотермическое течение жидкости Фан-Тьен-Таннера примет следующий вид:

Круглая труба

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 = -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{d(r\sigma_{rz})}{dr}, \quad 0 = -\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{d(r\sigma_{rr})}{dr}, \\ 0 = -\frac{\partial P}{\partial \varphi}, \quad \frac{dV_z}{dz} = 0, \quad \rho_f C_{pf} V_z(r) \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) \end{array} \right. \quad (1)$$

Плоский канал

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 = -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{d(\sigma_{yz})}{dy}, \quad 0 = -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{d(\sigma_{yy})}{dy}, \\ 0 = -\frac{\partial P}{\partial x}, \quad \frac{dV_z}{dz} = 0, \quad \rho_f C_{pf} V_z(y) \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{d^2 T}{dy^2} \end{array} \right. \quad (2)$$

Условия однозначности

- граничные условия прилипания жидкости на стенках канала,
- значение осевой составляющей градиента давления ($\partial P / \partial z = C_0 = const$) известно,
- на стенках трубы задано постоянное значение температуры T_w , на входе в трубу задано начальное значение температуры T_0 .

Предложен параметрический метод решения задачи о неизотермическом течении четырех модальной вязкоупругой жидкости Фан-Тьен-Таннера в круглой трубе и в плоской щели.

Решение гидродинамической части задачи найдено в параметрическом виде, при котором осевая компонента скорости и температура выражены через параметр

Круглая труба

$$\frac{dV_z}{dr} = - \frac{1 + k_1 \rho}{\lambda_1 \sqrt{\xi_1 (2 - \xi_1)}} \sqrt{\frac{\rho}{1 - \rho}}$$

Плоский канал

$$\frac{dV_z}{dy} = - \frac{1 + k_1 \rho}{\lambda_1 \sqrt{\xi_1 (2 - \xi_1)}} \sqrt{\frac{\rho}{1 - \rho}},$$

где $\rho = \rho_1 = \frac{\lambda_1 \xi_1 (2 - \xi_1) \sigma_{01}}{2(1 - \xi_1) \mu_{v1}}$ - параметр.

Для получения решения уравнения переноса энергии использовался метод разделения переменных и разложение искомой функции в ряды по параметру

Апробация разработанного метода

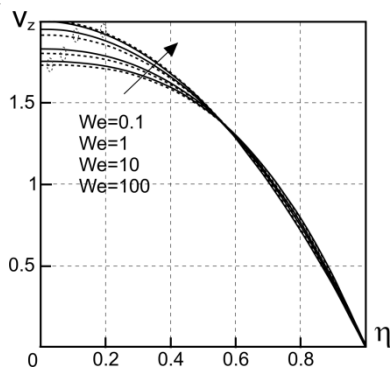


Рис. 1. Зависимость безразмерной осевой составляющей вектора скорости по сечению круглой трубы: пунктирная линия – параметрический метод решения, сплошная линия – данные [2007, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 141, pp. 85–98]

Анализ полей скорости, температур и напряжений

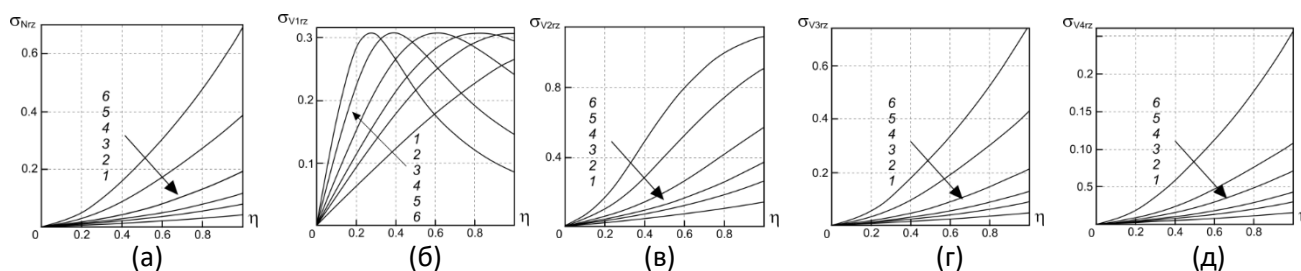


Рис. 2. Профили безразмерных компонент напряжений при течении вязкоупругой жидкости в канале для различных чисел Вайсенберга: **1** - $We = 0.54$; **2** - $We = 0.95$; **3** - $We = 1.34$; **4** - $We = 2.21$; **5** - $We = 4.55$; **6** - $We = 8.03$.

Наибольший вклад в компоненту тензора напряжений вносит вторая мода упругой составляющей.

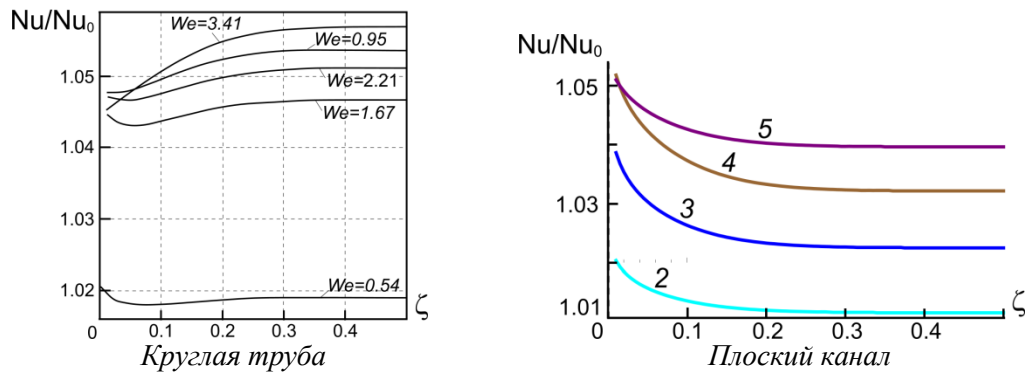


Рис. 3. Распределение отношения Nu/Nu_0 по длине трубы для различных значений числа Вайсенберга: Ньютоновская жидкость - Nu_0 , 2 - $We=0.71$, 3 - $We=1.24$; 4 - $We=2.14$; 5 - $We=10.26$

Увеличение числа Вайсенберга приводит к росту интенсивности теплообмена по отношению к течению ньютоновской жидкости. Для обеих геометрий труб (круглая труба и плоский канал) профили скорости для вязкоупругой жидкости более наполненные по сравнению с ньютоновской жидкостью.

Результаты сравнения неизотермических течений мультимодальных жидкостей Фан-Тьен-Таннера и Гиезекуса в круглой трубе не выявили значительных отличий в виду рассмотрения классической геометрии. Незначительное отличие (доли процентов) в распределении профиля скорости вызвано погрешностью аппроксимации экспериментальных значений для кривой течения этими моделями, что согласуется с результатами работы (2002, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 108, pp. 301–326).

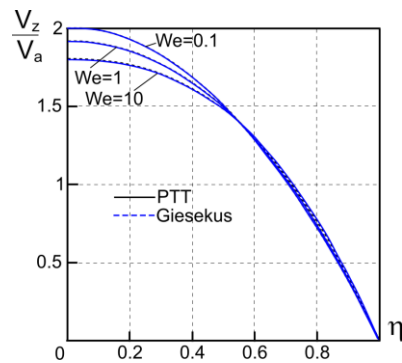


Рис. 4. Сравнение профиля осевой составляющей вектора скорости для жидкости Гиезекуса и Фан-Тьен-Таннера (круглая труба)